

数学

一、单项选择题

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{-1, 0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{2\}$
2. $x = 2$ 是 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的 ()
A. 必要但不充分条件 B. 充分但不必要条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件
3. 已知直线 l 经过两点 $P(-1, -1)$ 和 $Q(2, 0)$, 则直线 l 的斜率为 ()
A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3
4. 已知实数 a, b 满足 $a < b$, 则下列不等式中一定成立的是 ()
A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $ab < b^2$ C. $a + b > 0$ D. $a - b < 0$
5. 若直线 $y = kx - 2$ 与直线 $2x + y + 1 = 0$ 垂直, 则 k 的取值为 ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2
6. 下列函数中图象经过点 $(1, 1)$ 的函数是 ()
A. $y = x^2$ B. $y = \log_2 x$
C. $y = 2^x$ D. $y = \tan 2x$
7. 要得到 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin x$ 的图象 ()
A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
C. 向下平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向上平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

8. 设 $a+b=3$, 则 ab 的最大值为 ()
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 4$, $AC = 2$, 则 $BC =$ ()
- A. $2\sqrt{3}$ B. 4 C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{7}$
10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且 $(n+1)a_n = na_{n+1}$, 则 a_3 的值为 ()
- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
11. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程为 ()
- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$
12. 设 α 表示平面, a, b 表示两条不同直线, 则下列命题正确的是 ()
- A. 若 $a // \alpha, a \perp b$, 则 $b \perp \alpha$
- B. 若 $a // \alpha, a \perp b$, 则 $b // \alpha$
- C. 若 $a \perp \alpha, a \perp b$, 则 $b // \alpha$
- D. 若 $a \perp \alpha, a // b$, 则 $b \perp \alpha$

二、填空题

1. 数列 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$ 的通项公式是 $a_n =$ _____。
2. 已知 $f(x+3) = x^2$, 则 $f(x) =$ _____。
3. $f(x) = \frac{\lg(x+5)}{x-3}$ 的定义域为 _____。
4. $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} =$ _____。
5. 不等式 $x^2 + x - 2 < 0$ 的解集为 _____。
6. $\log_3 5 - \log_3 15 =$ _____。

7. 在二项式 $(x-1)^6$ 的展开式中, x^3 的系数为_____。
8. 已知函数 $f(x) = 3x - 4$ 的值域为 $[-6, 5]$, 则它的定义域为_____。
9. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为_____。
10. 将 5 名大学生分配到 3 个部门实习, 则 2 个人分到甲部门、2 个人分到乙部门、1 个人分到丙部门的不同分配方案有_____种。

三、解答题

1. 解不等式 $|x-1| - |x-5| < 2$ 。
2. 已知 $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$,
- (1) 求 $\tan \theta$; (2) 求 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值。
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 4$, $S_5 = a_7$,
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 求 S_n 。
4. 已知圆的方程为 $x^2 + y^2 - 2y = 0$,
- (1) 求该圆圆心的坐标及半径;
- (2) 求该圆圆心到直线 $x - 2y - 3 = 0$ 的距离。